

8 IIR-Systeme

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 14. April 2016, 10:38



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Aufgabe 1: Reviewfragen

1. Welchen Einfluss hat eine Nullstelle oder ein Pol mit $|z_\infty| = |z_0| = 1$ auf den Betragsgang?
2. Durch welche beiden Funktionen wird die Übertragungseigenschaft von LTI-Systemen im Bild- und im Zeitbereich charakterisiert?
3. Wie lassen sich diese Funktionen ineinander überführen?
4. Was ist die Bedingung, damit es keinen Impuls an der Stelle null in Gleichung (11.8), also $B_0 = 0$, gibt?
5. Was ist die Bedingung, dass die Impulsantwort eines IIR-Systems stabil ist?

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von $H_2(z)$ in Beispiel 11-2 von Hand.

Hinweis: Hierzu ist erst eine Polynomdivision nötig, damit der Zählergrad geringer als der Nennergrad ist.

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Impulsantwort von $h_2[n] = \mathcal{L}^{-1}\{H_2(z)\}$.

Hinweis: Nutzen Sie für den dritten Term den Satz zur Linksverschiebung.

Tabelle 1: Rechenregeln für die z-Transformation

Linearitätseigenschaft	$c_1 f_1(k) + c_2 f_2(k) \circ \bullet c_1 F_1(z) + c_2 F_2(z)$
Ähnlichkeitsatz	$a^k f(k) \circ \bullet F\left(\frac{z}{a}\right)$
Rechtsverschiebung	$f(k-n) \circ \bullet z^{-n} F(z)$
Linksverschiebung	$f(k+n) \circ \bullet z^n F(z) - z^n \sum_{\ell=0}^{n-1} z^{-\ell} f(\ell)$
Differenzsatz	$\Delta f(k) = f(k) - f(k-1) \circ \bullet \frac{z-1}{z} F(z)$
Summensatz	$f_{\Sigma}(k) = \sum_{i=0}^k f(i) \circ \bullet \frac{z}{z-1} F(z)$
Faltungssatz	$\sum_{i=0}^{\infty} f_1(k-i) f_2(i) \circ \bullet F_1(z) \cdot F_2(z)$
Dämpfungssatz	$e^{-akT} f(k) \circ \bullet F(e^{-aT} z)$
Anfangswertsatz	$f(0+) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$
Endwertsatz	$\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1} ((1-z^{-1})F(z))$

Tabelle 2: Einige Korrespondenzen der z-Transformation

Nr.	$f(k)$	$F(z)$
1	$\delta_{k,0} = \begin{cases} 1 & \text{für } k = 0 \\ 0 & \text{für } k \neq 0 \end{cases}$	1
2	$\delta_{k-k_0,0} = \begin{cases} 1 & \text{für } k = k_0 \\ 0 & \text{für } k \neq k_0 \end{cases}$	z^{-k_0}
3	$h(k) = 1(k) = \begin{cases} 1 & \text{für } k \geq 0 \\ 0 & \text{für } k < 0 \end{cases}$	$\frac{z}{z-1}$
4	k	$\frac{z}{(z-1)^2}$
5	k^2	$\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
6	a^k	$\frac{z}{z-a}$
7	$a^k k$	$\frac{az}{(z-a)^2}$
8	$a^k k^2$	$\frac{az(z+a)}{(z-a)^3}$
9	$1 - a^k$	$\frac{z(1-a)}{(z-1)(z-a)}$

Tabelle 3: Laplace- und z-Transformierte einfacher diskreter Zeitfunktionen

Nr.	$F(s)$	$f(kT)$	$F(z)$
1	$\frac{1}{s}$	$h(kT) = 1(kT) = \begin{cases} 1 & \text{für } k \geq 0 \\ 0 & \text{für } k < 0 \end{cases}$	$\frac{z}{z-1}$
2	$\frac{1}{s^2}$	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
3	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{2!}(kT)^2$	$\frac{T^2}{2} \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
4	$\frac{1}{s+a}$	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
5	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$kT e^{-akT}$	$\frac{Tz e^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
6	$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{1}{2}(kT)^2 e^{-akT}$	$\frac{T^2}{2} e^{-aT} z \frac{z+e^{-aT}}{(z-e^{-aT})^3}$
7	$\frac{a}{s(s+a)}$	$1 - e^{-akT}$	$\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
8	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	$\cos \omega_0 kT$	$\frac{z(z - \cos \omega_0 T)}{z^2 - (2 \cos \omega_0 T)z + 1}$
9	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$\sin \omega_0 kT$	$\frac{z \sin \omega_0 T}{z^2 - (2 \cos \omega_0 T)z + 1}$
10	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$e^{-akT} \cos \omega_0 kT$	$\frac{z(z - e^{-aT} \cos \omega_0 T)}{z^2 - 2e^{-aT}(\cos \omega_0 T)z + e^{-2aT}}$
11	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$e^{-akT} \sin \omega_0 kT$	$\frac{ze^{-aT} \sin \omega_0 T}{z^2 - 2e^{-aT}(\cos \omega_0 T)z + e^{-2aT}}$