④ Faltung, z-Transformation

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 17. März 2016, 14:30

Aufgabe 1: Reviewfragen

1. Was versteht man unter *Pseudofaltung*?
2. Was ist die *Energie* einer Barker-Folge?
3. Was ist der Zusammenhang zwischen Faltung und der Multiplikation zweier Polynome miteinander?
4. Was lässt sich mit dem Goertzel-Algorithmus berechnen?
5. Was ist der Vorteil des Goertzel-Algorithmus'?
6. Mit welchen zwei Schritten wird der Goertzel-Algorithmus 1. Ordnung hergeleitet?
7. Was sind *kausale* Systeme?
8. Was bedeutet $\{x[n]\}$
9. Was sind LTI-Systeme?
10. Was bedeutet *Eigenfunktion*?
11. Was sind die Eigenfunktionen von LTI-Systemen?
12. Wie hängen die Sprungantwort $s[n] = T\{u[n]\}$ und die Impulsantwort $h[n] = T\{\delta[n]\}$ zusammen, bzw. wie lässt sich das eine aus dem anderen berechnen?
13. Wie hängen Impulsantwort $h[n]$ und Frequenzgang $H(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega})$ zusammen?
14. Wie hängen Impulsantwort $h[n]$ und Übertragungsfunktion $H(z)$ zusammen?
15. Wie hängen Sprungantwort $s[n]$ und Übertragungsfunktion $H(z)$ zusammen?
16. Erklären Sie *Dämpfungsgang* mit Hilfe des *Amplitudengangs*. *Hinweis:* Vorzeichen!
17. Warum ist bei der Realisierung des Goertzel-Algorithmus' die komplexe Multiplikation mit b_1 nur einmal erforderlich? (Bild 8-8)

Aufgabe 2: Faltung

Bestimmen Sie mit dem Verfahren in Aufgabe 8.1 das resultierende Polynom der Polynom-Multiplikation

$$(s^2 + 2s + 1) \cdot (s^3 - s^2 + 2s - 3) \tag{1}$$

Prüfen Sie Ihr Ergebnis mit Matlab.

4 Lösungen

Lösung Aufgabe 1:

1. Faltung einer Folge mit ihrer zeitlich gespiegelten Replik.
2. Maximum der Pseudofaltung.
3. Einzelne DFT-Koeffizienten.
4. Faltung der Polynomkoeffizienten ergibt das neue Polynom: $[1, 2, 1] * [1, -1, 2, -3] = []$
5. Rekursive Berechnung einzelner DFT-Koeffizienten.
6. 1.) Darstellung der DFT als Faltungssumme, 2.) Rekursive Berechnung der Faltungssumme
7. Systeme, deren Reaktionen erst mit oder nach den Erregungen eintreten.
8. Transformation der Folge $x[n]$
9. Lineare zeitinvariante (*time invariant*) Systeme.
10. Am Systemausgang ergibt sich – bis auf einen multiplikativen Faktor – das Signal am Systemeingang wieder.
11. Komplex Exponentielle $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega_0}$ mit belieber normierter Kreisfrequenz Ω_0
12. $s[n] = \sum\limits_{k=-\infty}^{n} h[k]$, $h[n] = s[n] - s[n-1]$
13. $h[n] = \mathscr{F}^{-1}\left\{H(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega})\right\}$
14. $h[n] = \mathscr{Z}^{-1}\{H(z)\}$
15. $s[n] = \mathscr{Z}^{-1}\left\{H(z) \cdot \dfrac{z}{z-1}\right\}$
16. Der Dämpfungsgang ist die Inverse des Betragsgangs, daher negatives Vorzeichen bei der Berechnung in dB.
17.

$$v[n] + a_1 v[n-1] + a_2 v[n-2] = x[n]$$
$$y[n] = v[n] + b_1 x[n-1]$$

Lösung Aufgabe 2:

$s^5 + s^4 + s^3 - 4\,s - 3$