2 Modellierung von dynamischen Systemen Übungen

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 10. Oktober 2014, 10:32

Aufgabe 1: Review-Fragen

[FPE10, Seite 81f]

1. Was ist ein *Freikörperbild*?
2. Wie lauten die beiden Formen der Newton'schen Gesetze?
3. Warum approximieren wir das physikalische Modell einer Strecke (die *immer* nichtlinear ist) mit einem linearen Modell?

Aufgabe 2: Übungsaufgaben

[FPE10, Seite 82ff]

1. Bestimmen Sie die Differentialgleichungen der mechanischen Systeme in Abbildung 1. Begründen Sie für die Systeme a) und b), ob sie nach einer Anfangsbedingung ungleich Null abklingen, das heißt zur Ruhe kommen.
2. Bestimmen Sie die Differentialgleichungen für das System in Abbildung 2. Begründen Sie, ob das System nach einer Anfangsbedingung ungleich Null abklingt.
3. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen für das Doppelpendel-System in Abbildung 3. Nehmen Sie an, dass die Auslenkungswinkel klein sind und somit die Feder immer horizontal ist. Die Pendelstäbe sind masselos mit der Länge l und die Feder ist jeweils $3/4 \cdot l$ von den Aufhängepunkten entfernt an den Pendelstäben befestigt.
4. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen für ein Pendel mit einem Stab der Masse 4 kg und Länge l. Wie lang sollte der Stab sein, damit die Periodendauer exakt 2 sec ist? (Das Trägheitsmoment eines Stabs um einen seiner Endpunkte ist $\frac{1}{3}ml^2$. Nehmen Sie an, dass der Winkel φ klein ist, so dass $\sin\varphi \approx \varphi$ gilt.)

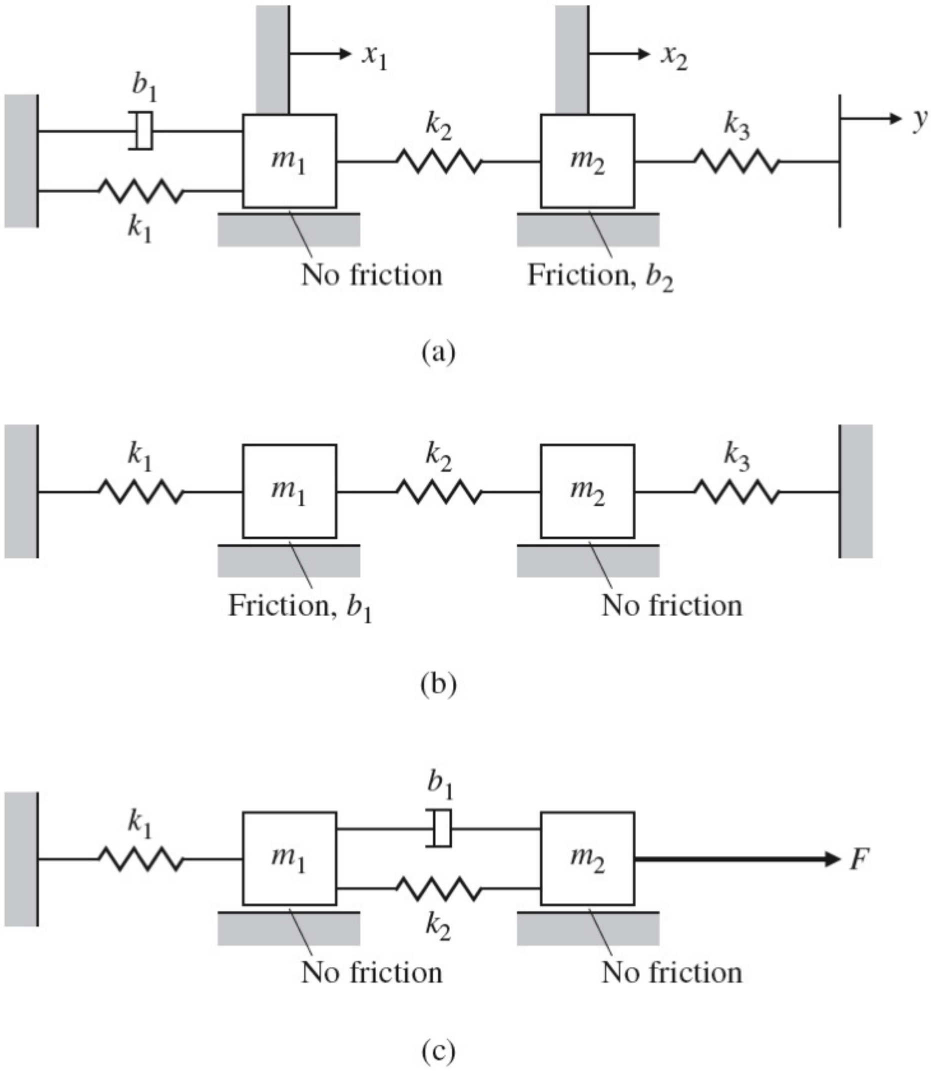

Abbildung 1: [FPE10, Seite 82, Fig. 2.39]

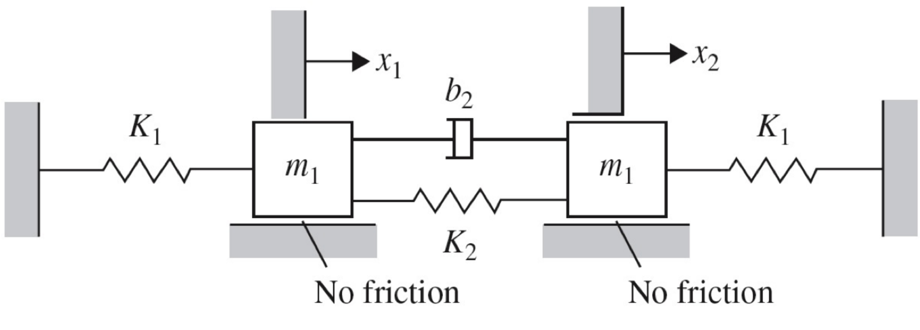

Abbildung 2: [FPE10, Seite 83, Fig. 2.40]

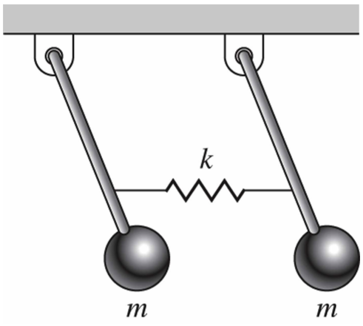

Abbildung 3: [FPE10, Seite 83, Fig. 2.41]

Aufgabe 3: Zusatzaufgaben

5. Viertelfahrzeugmodell: Plotten Sie die Positionen des Fahrzeugs und des Rads nach Überfahren eines Einheitsstoßes mit MATLAB®. Nehmen Sie folgende Werte an: $m_1 = 10\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 350\,\mathrm{kg}$, $k_\mathrm{w} = 500\,000\,\mathrm{N/m}$. Welchen Wert der Dämpfung $b \in [1000, 2000, 3000, 4000]$ würden Sie als Fahrgast bevorzugen?

6. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen für einen Körper der Masse M, der an einer Feder mit der Federkonstante k hängt.

7. Fügen Sie in die Bewegungsgleichung des Tempomaten (Skript Kapitel 2.1), folgendes Regelgesetz ein:

   $$u = K(v_\mathrm{r} - v)$$

   mit

   $$\begin{aligned} v_\mathrm{r} &= \text{Referenzgeschwindigkeit} \\ K &= \text{Konstante} \end{aligned}$$

   Das ist ein proportionales Regelgesetz, bei dem der Unterschied zwischen der Referenzgeschwindigkeit v_r und der momentanen Geschwindigkeit v zum Beschleunigen oder Abbremsen führt. Passen Sie die Bewegungsgleichung so an, dass v_r der Eingang und v der Ausgang ist und bestimmen Sie die Übertragungsfunktion. Nehmen Sie an, dass $m = 1000\,\mathrm{kg}$ und $b = 50\,\mathrm{Nsec/m}$ gilt und bestimmen Sie die Antwort auf einen Einheitssprung in v_r mit Hilfe von MATLAB®. Finden Sie durch Ausprobieren einen guten Wert für K, so dass die momentane Geschwindigkeit möglichst schnell zur Referenzgeschwindigkeit konvergiert, ohne dass es ein unangenehmes Verhalten zur Folge hat.

8. In vielen mechanischen Positionierungssystemen gibt es eine Flexibilität zwischen den Systemteilen. Ein Beispiel sind die Solarpanels des Satelliten im Skript, Kapitel 2.3. Abbildung 4 zeigt so eine Situation, bei der eine Kraft u auf eine Masse M wirkt, an der eine andere Masse m befestigt ist. Die Koppelung zwischen den Objekten wird oft durch eine Federkonstante k und Dämpfungskoeffizienten b modelliert, obwohl die tatsächliche Situation typischerweise wesentlich komplizierter ist.

   a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen des Systems.

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion zwischen der Steuergröße u und dem Ausgang y.

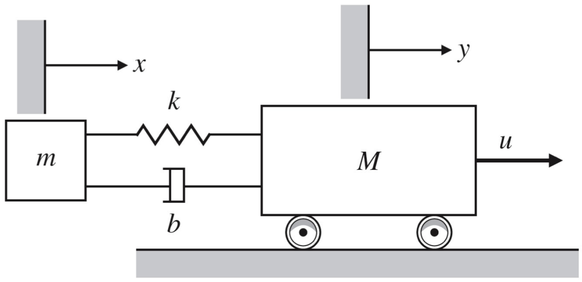

Abbildung 4: [FPE10, Seite 84, Fig. 2.42]

Literatur

[FPE10] Gene F. Franklin, J. David Powel und Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6th international edition. Pearson Prentice Hall, 2010.