

# ② Modellierung von dynamischen Systemen

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 20. Juli 2015, 11:21

Die nummerierten Felder bitte mithilfe der Videos ausfüllen: <http://www.z5z6.de>



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Bitte hier notieren, was beim Bearbeiten unklar geblieben ist:

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Motivation</b>	<b>1</b>
1.1 Ziel der Modellierung von dynamischen Systemen: . . . . .	1
1.2 Zweck der Modellierung von dynamischen Systemen: . . . . .	1
1.3 Zwei verschiedene Modellierungsverfahren . . . . .	2
<b>2 Mechanische Systeme</b>	<b>2</b>
2.1 Tempomat . . . . .	2
2.2 Zwei-Massen-System: Viertelfahrzeugmodell . . . . .	3
2.3 Rotation eines Satelliten . . . . .	5
2.4 Lesekopf einer Festplatte . . . . .	6
2.5 Pendel . . . . .	7

## 1 Motivation

### 1.1 Ziel der Modellierung von dynamischen Systemen:

---

1

**1.2 Zweck der Modellierung von dynamischen Systemen:**

2

**1.3 Zwei verschiedene Modellierungsverfahren**

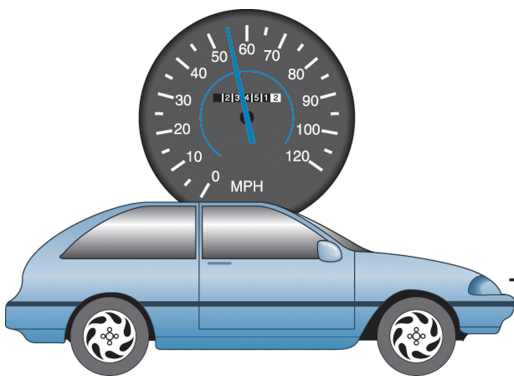
Unter einem *Modell* versteht der Regelungstechnik-Ingenieur einen Satz von Differentialgleichungen, der das dynamische Verhalten eines Systems beschreibt. Ein Modell lässt sich auf zwei Arten erstellen:

1. Erstellen eines <sup>3</sup> \_\_\_\_\_ Modells, indem die <sup>4</sup> \_\_\_\_\_ Zusammenhänge genutzt werden („fundamental model“).
2. Erstellen eines <sup>5</sup> \_\_\_\_\_ Modells, indem man einen Prototyp des Geräts testet, die Reaktion auf Anregungen misst und die Daten nutzt, um ein analytisches Modell zu erstellen („black box model“).

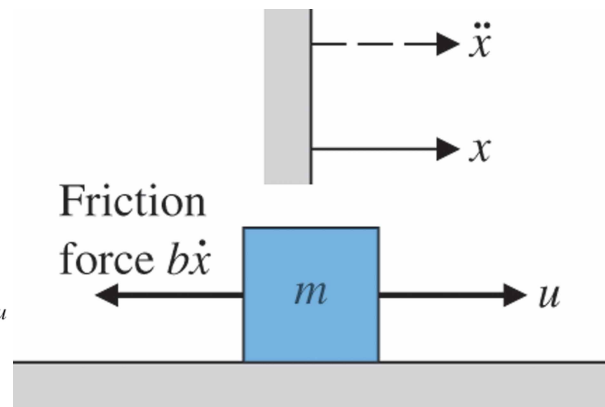
In der Praxis wird meist eine Kombination dieser zwei Verfahren verwendet. Wir werden uns im Weiteren nur auf <sup>6</sup> \_\_\_\_\_ Modelle konzentrieren.

**2 Mechanische Systeme**

**2.1 Tempomat**



Tempomat [FPE10, Fig. 2.1]



Freikörperbild [FPE10, Fig. 2.2]

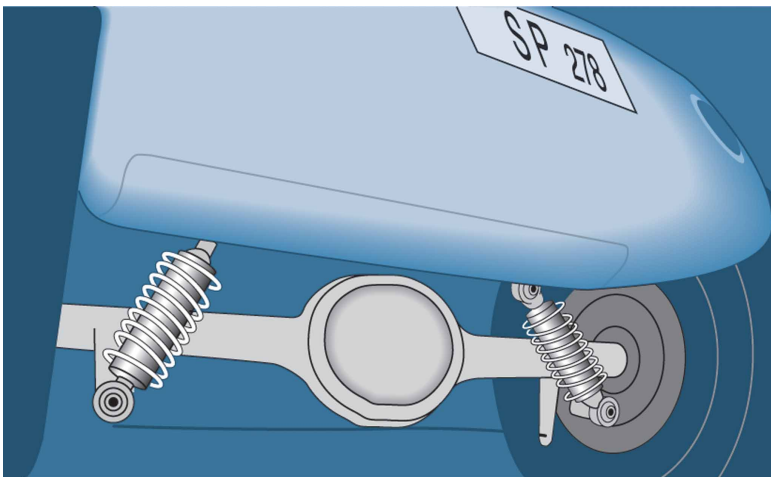
2. Newton'sches Gesetz (newtonsche Grundgesetz):

7

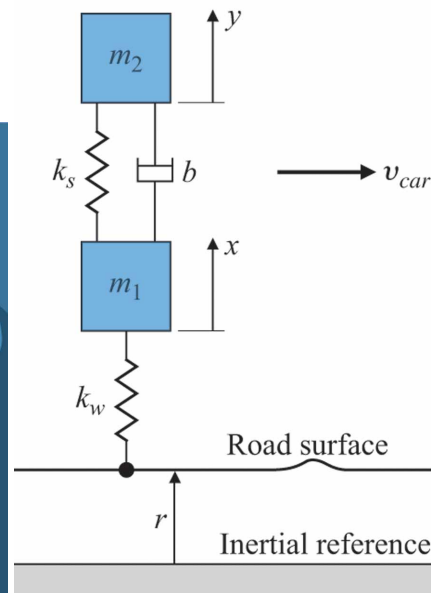
Lösung (wird ausführlich in 3 besprochen):

8

2.2 Zwei-Massen-System: Viertelfahrzeugmodell

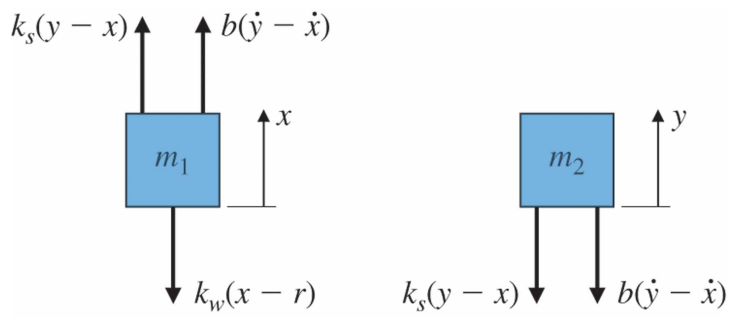


Federung [FPE10, Fig. 2.4]



Freikörperbild, Fig. 2.5

Freigeschnitten:



Koordinaten werden so gelegt, dass im Ruhezustand gilt:  $r = x = y = 0$

[FPE10, Fig. 2.6]

Annahmen:

---

9

Newton'sches Gesetz:

---

10

Die Übertragungsfunktion lässt sich wieder in ähnlicher Weise wie oben bestimmen. Ersetzen von  $\frac{d}{dt}$  durch  $s$  in den Differentialgleichungen ergibt

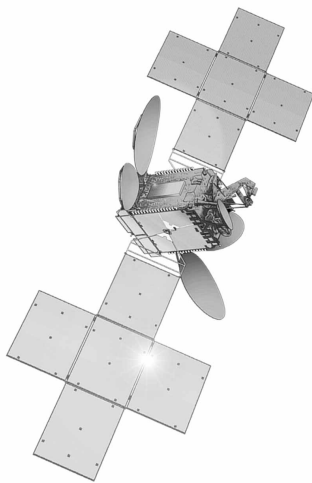
Nach etwas Algebra und Umsortieren (Hausaufgabe), ergibt sich für die Übertragungsfunktion

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k_w b}{m_1 m_2} \left( s + \frac{k_s}{b} \right)}{s^4 + \left( \frac{b}{m_1} + \frac{b}{m_2} \right) s^3 + \left( \frac{k_s}{m_1} + \frac{k_s}{m_2} + \frac{k_w}{m_1} \right) s^2 + \left( \frac{k_w b}{m_1 m_2} \right) s + \frac{k_w k_s}{m_1 m_2}}$$

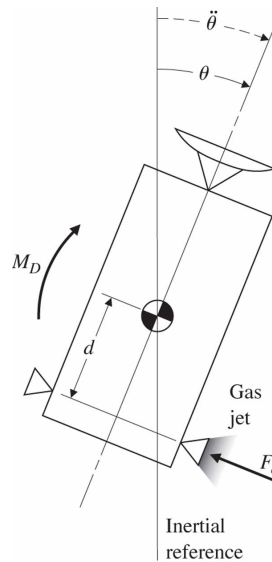
mit  $m_1 = 20 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 375 \text{ kg}$ ,  $k_s = 130\,000 \text{ N/m}$ ,  $k_w = 1\,000\,000 \text{ N/m}$ ,  $b = 9800 \text{ Nsec/m}$

$$= \frac{1.31e06(s + 13.3)}{s^4 + 516.1 s^3 + 5.685e04 s^2 + 1.307e06 s + 1.733e07}$$

### 2.3 Rotation eines Satelliten



Kommunikationssatellit  
[FPE10, Fig. 2.7]

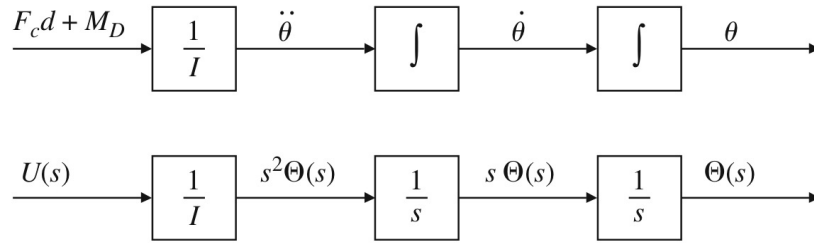


Schema zur Lageregelung  
[FPE10, Fig. 2.8]

12  
Drallsatz eindimensional:

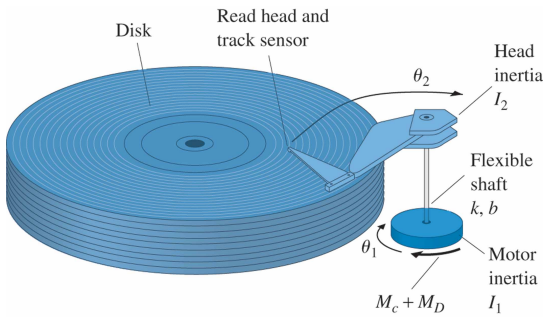
13

14  
Das System ist somit eine



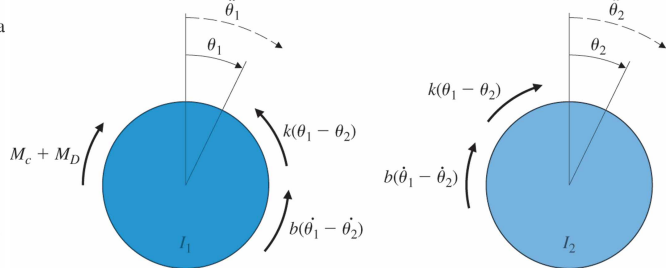
[FPE10, Fig. 2.9]

2.4 Lesekopf einer Festplatte



[FPE10, Fig. 2.12]

Freigeschnitten:



[FPE10, Fig. 2.13]

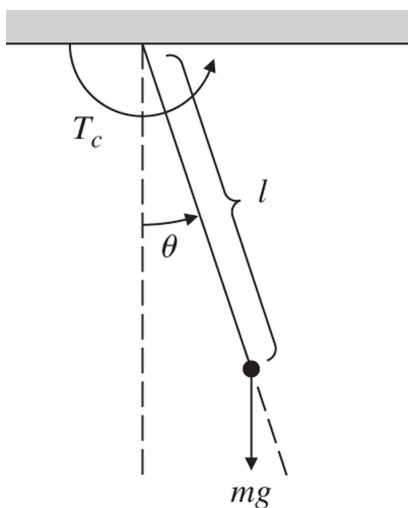
Unter Vernachlässigung des Störmoments  $M_D$  und der Dämpfung  $b$  ergibt sich für die Übertragungsfunktion von dem aufgebracht Moment  $M_c$  zur Winkel des Lesekopfes  $\Theta_2$  (*noncollocated case*, Sensor und Stellglied flexibel miteinander verbunden):

$$\frac{\Theta_2(s)}{M_c(s)} = \frac{k}{I_1 I_2 s^2 \left( s^2 + \frac{k}{I_1} + \frac{k}{I_2} \right)}$$

Die Übertragungsfunktion zum Winkel des Motors  $\Theta_1$  (*collocated case*, Sensor und Stellglied steif miteinander verbunden) ergibt sich - mit denselben Vereinfachungen - zu:

$$\frac{\Theta_1(s)}{M_c(s)} = \frac{I_2 s^2 + k}{I_1 I_2 s^2 \left( s^2 + \frac{k}{I_1} + \frac{k}{I_2} \right)}$$

## 2.5 Pendel



[FPE10, Fig. 2.14]

**Literatur**

- [FPE10] Gene F. Franklin, J. David Powell und Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6th international edition. Pearson Prentice Hall, 2010.