

4 Polstellenlage und Frequenzgang

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 21. Oktober 2014, 16:18



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Aufgabe 1: Review-Fragen

[FPE10, Seite 169]

1. Was ist der auffälligste Effekt einer Nullstelle in der linken Halbebene bei der Sprungantwort eines Systems zweiter Ordnung?
2. Was vermuten Sie ist der Haupt-Effekt eines *zusätzlichen* reellen Pols in der linken Halbebene bei der Sprungantwort eines Systems zweiter Ordnung?

Aufgabe 2: Spezifikationen im Zeitbereich

Wir leiten im Folgenden die Zeitbereichsgrößen *Anstiegszeit* (*peak time*) t_p , *Überschwingweite* (*overshoot*) M_p und die *1%-Einschwingzeit* (*settling time*) t_s her, siehe Abbildung 1.

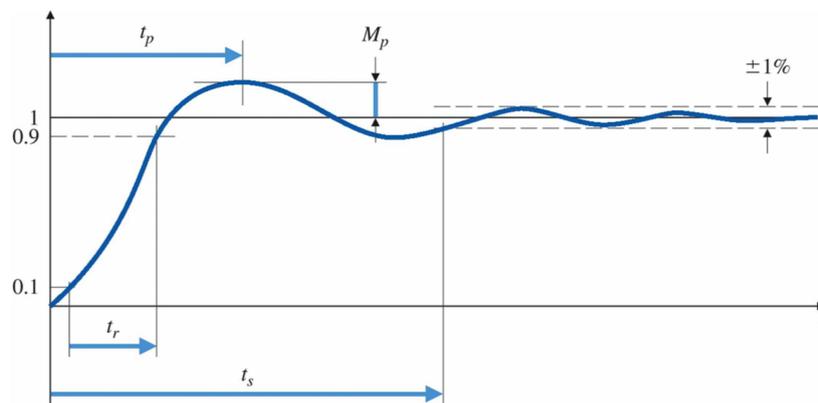


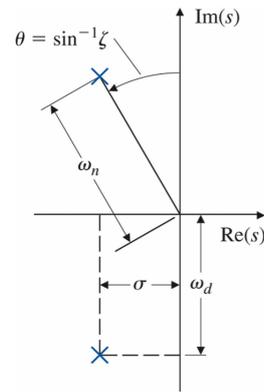
Abbildung 1: Definition der Anstiegszeit t_p , der Überschwingweite M_p und der Einschwingzeit t_s , [FPE10, Fig. 3.22].

- a) Welches Nennerpolynom $a(s)$ besitzt als Nullstellen das komplexe Polpaar $s_{1,2} = -\sigma \pm i \omega_d$?

- b) Bestimmen Sie die Abklingkonstante σ und die gedämpfte Eigenfrequenz ω_d in Abhängigkeit von dem Lehrschen Dämpfungsmaß ζ und der ungedämpften Eigenfrequenz ω_n , sowie ω_n in Abhängigkeit von σ und ω_d , aus

$$a(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Das gleiche Ergebnis ergibt sich auch aus nebenstehendem Bild.



[FPE10, Fig. 3.17]

- c) Bestimmen Sie die Sprungantwort $y(t)$ mit $u(t) = 1(t)$ aus

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{a(s)} U(s)$$

mit σ und ω_d als Parameter.

- d) Bestimmen Sie die Anstiegszeit $t_p > 0$ durch Nullsetzen der Ableitung $\dot{y}(t_p) = 0$.
 e) Bestimmen Sie die Überschwingweite M_p mit Hilfe des Zusammenhangs

$$y(t_p) = 1 + M_p$$

- f) Bestimmen Sie die 1%-Einschwingzeit t_s unter der vereinfachenden Annahme, dass $y(t_s)$ ein Extermum ist.

Aufgabe 3: Effekte der Polstellenlagen

1. [FPE10, Aufgabe 3.24]: Spezifizieren sie die Verstärkung K des P-Reglers des Systems in Abbildung 2, so dass der Ausgang $y(t)$ bei Anregung mit dem Einheitssprung eine Überschwingweite von $M_p \leq 10\%$ hat.

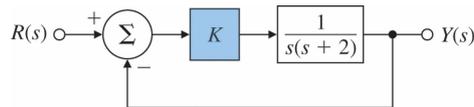


Abbildung 2: [FPE10, Figure 3.57]

2. [FPE10, Aufgabe 3.25]: Spezifizieren Sie die Verstärkung und Polstellenlage des Kompensators in Abbildung 3, so dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Überschwingweite von $M_p \leq 25\%$ und eine 1%-Einschwingzeit von $t_s \leq 0.1\text{ s}$ hat. Verifizieren Sie Ihren Entwurf mit Matlab.

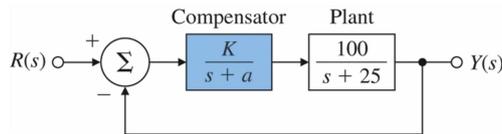


Abbildung 3: [FPE10, Figure 3.58]

Aufgabe 4: Effekte von Nullstellen und zusätzlichen Polen

3. [FPE10, Aufgabe 3.35]: Betrachten Sie das System in Abbildung 4, wobei

$$G(s) = \frac{1}{s(s+3)} \quad \text{und} \quad D(s) = \frac{K(s+z)}{s+p}.$$

Bestimmen Sie K , z und p , so dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Überschwingweite $M_p = 10\%$ und eine 1%-Einschwingzeit $t_s = 1.5$ s hat.

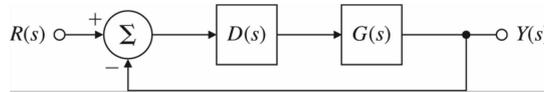


Abbildung 4: [FPE10, Figure 3.64]

Literatur

- [FPE10] Gene F. Franklin, J. David Powell und Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6th international edition. Pearson Prentice Hall, 2010.