Regelungstechnik 1

Klausur vom 19.12.2014

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 12. Februar 2015, 11:12

Name	Vorname

Zehn Aufgaben, drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 13 Punkte. Hilfsmittel: maximal zehn einseitig oder fünf beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; programmierbarer Taschenrechner, Taschenrechner mit Computer-Algebra-System müssen vor der Prüfung in den Prüfungsmodus oder zurück gesetzt werden.

Aufgabe 1: Stabilität

Bestimmen Sie mit Hilfe des Routh'schen Tableaus die Anzahl der instabilen Wurzeln des folgenden Polynoms:

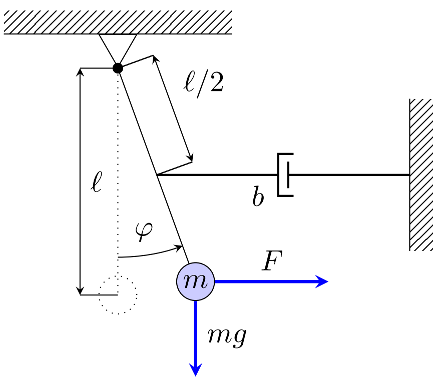
$$s^4 + s^3 + s^2 + 11\,s + 10 = 0$$

Aufgabe 2: Gedämpftes Pendel

Betrachten sie das abgebildete Pendel mit der Punktmasse m und dem masselosen Stab der Länge ℓ. In der Mitte des Stabes ist horizontal ein Dämpfer mit der Dämpfungskonstante b angebracht. Auf die Masse wirke horizontal die Kraft F. Schneiden Sie nun das Pendel frei und tragen Sie die Kräfte und den Wert der daraus resultierenden Momente in Ihre Skizze ein, die zur Bestimmung der Übertragungsfunktion $\Phi(s)/F(s)$ zu berücksichtigen sind. Bestimmen Sie dann $\Phi(s)/F(s)$. Gehen Sie von kleinen Winkeln φ aus, es gilt somit $\sin\varphi \approx \tan\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi \approx 1$ und der Dämpfer bleibt horizontal.

Hinweis: Trägheitsmoment bezüglich des Aufhängepunktes:

$$J = m\ell^2$$

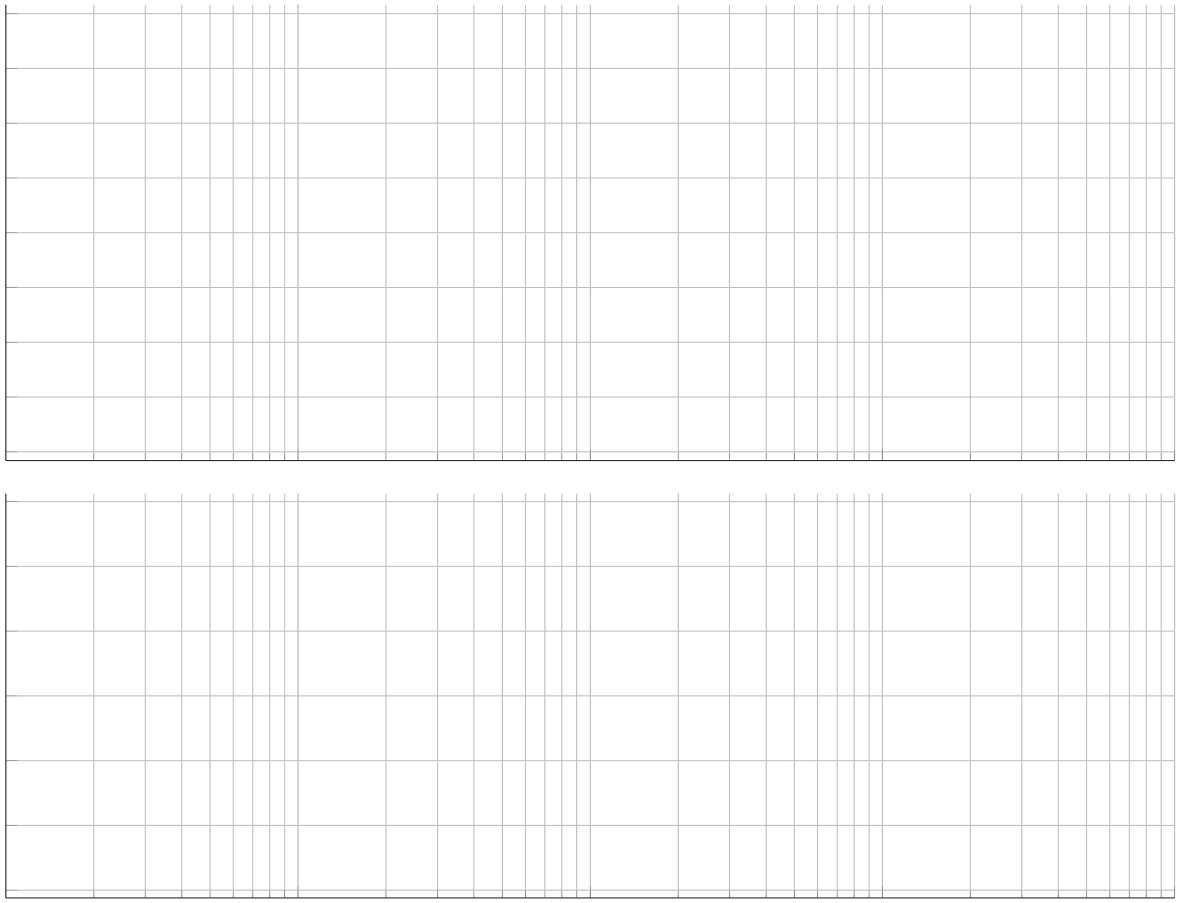


Aufgabe 3: Bode-Diagramm

Bestimmen Sie die Grenzfrequenzen und Asymptoten im Bode-Diagramm für

$$G(s) = \frac{4\,(s+0.1)^3}{s^3(s^2+s+4)}$$

Beschriften Sie die Achsen im Bode-Diagramm, markieren Sie die Grenzfrequenzen und zeichnen Sie die Asymptoten ein. Geben Sie für die Asymptoten im Betragsgang jeweils die Steigung an.



Aufgabe 4: Laplace-Transformation

Bestimmen Sie die Sprungantwort $y(t)$ mit $u(t) = 1(t)$ der Übertragungsfunktion

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3s+9}{s^2+2s+10}$$

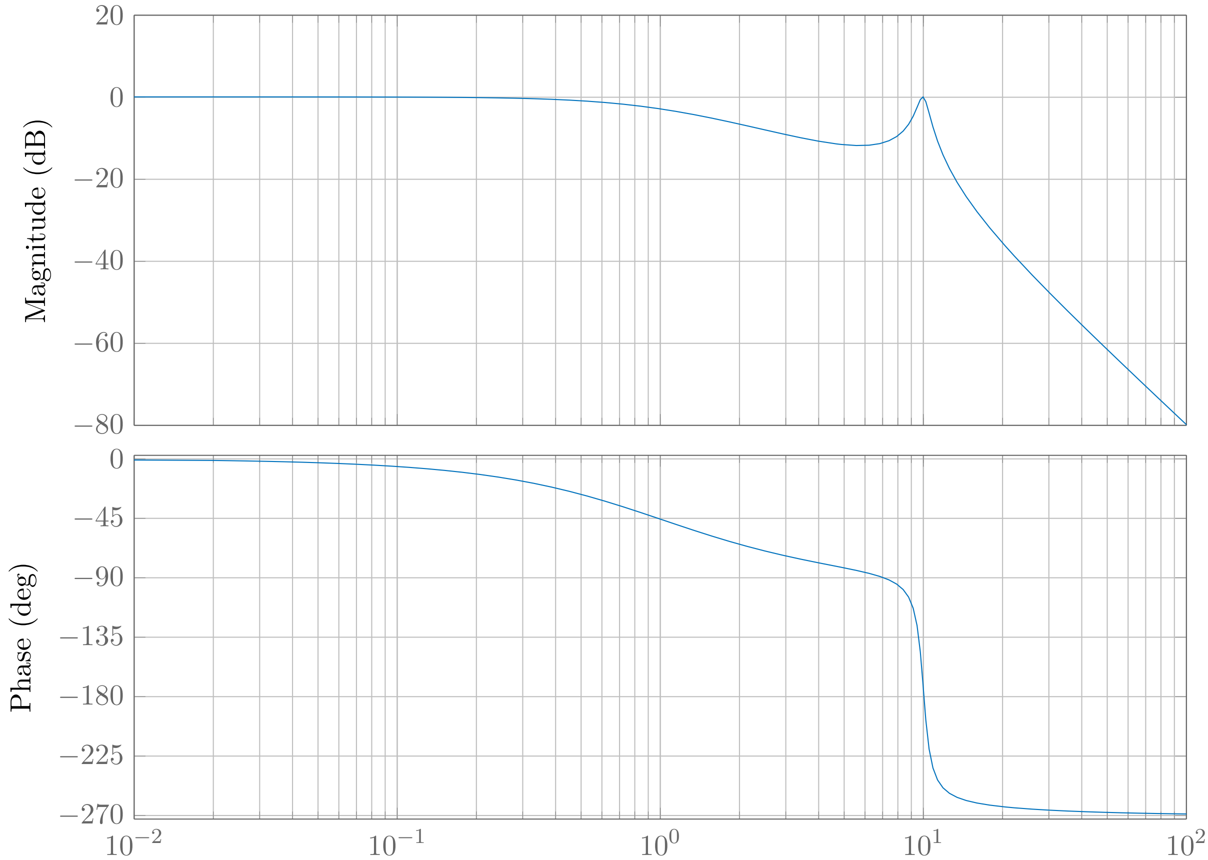
Hinweise:

- Rechenregeln und Korrespondenzen der Laplace-Transformation finden Sie im Anhang.

- Mit den angegebenen Korrespondenzen ist *keine* Partialbruchzerlegung notwendig!

Aufgabe 5: Nyquist-Diagramm

Skizzieren Sie das Nyquist-Diagramm, das sich aus folgendem Bode-Diagramm ergibt, indem Sie die Stützpunkte des Diagramms auf der reellen und der imaginären Achse, sowie (qualitativ) die Richtung der Kurve in, oder vor und nach den Stützpunkten bestimmen.



Aufgabe 6: Startwinkel Wurzelortskurve

Bestimmen Sie *alle* Startwinkel $\varphi_{\text{beg},q}(s_j)$ in den Polen s_j für die Wurzelortskurve der Übertragungsfunktion

$$KG(s) = K\frac{s+2}{(s^2+2s+2)^2}.$$

Geben Sie die Startwinkel $\varphi_{\text{beg},q}(s_j)$ im Bereich von $\varphi_{\text{beg},q}(s_j) \in [-180°, 180°]$ an.

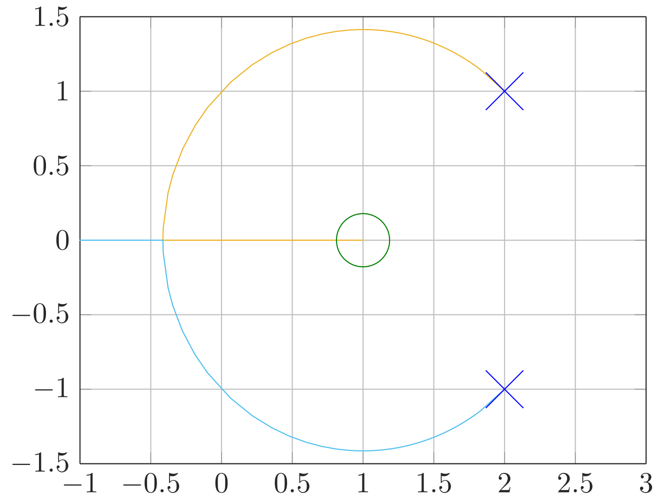
Aufgabe 7: Verzweigungspunkt Wurzelortskurve

Bestimmen Sie den Wert für K im Verzweigungspunkt der Wurzelortskurve der Übertragungsfunktion

$$KG(s) = K\frac{(s-1)^2}{(s+1)(s+2)}$$

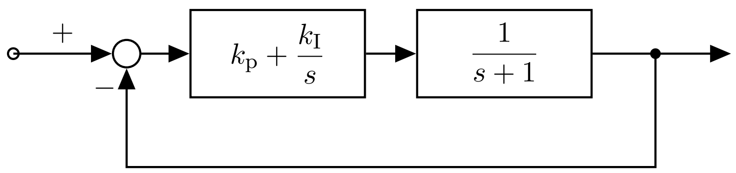
Aufgabe 8: Wurzelortskurve Stabilitätsbereich

Bestimmen Sie den Bereich für K, für den der geschlossene Regelkreis stabile Pole besitzt.



Aufgabe 9: Charakteristische Gleichung

Stellen Sie für das abgebildete System die charakteristische Gleichung auf. Bestimmen Sie die korrespondierenden Terme $L_\mathrm{p}(s)$ und $L_\mathrm{I}(s)$ zur Konstruktion der Wurzelortskurven bezüglich der Parameter $k_\mathrm{p} > 0$ und $k_\mathrm{I} > 0$, sowie die Nullstellen und Pole von $L_\mathrm{p}(s)$ und $L_\mathrm{I}(s)$.



Aufgabe 10: Phasenminimumsystem

Welche notwendige Bedingung muss ein *Phasenminimumsystem* erfüllen, so dass bei einer zu großen Verstärkung K der geschlossene Regelkreis instabil werden kann? Begründen Sie Ihre Antwort entweder mit Hilfe der *Wurzelortskurve,* oder des *Nyquist-Stabilitätskriteriums.* Geben Sie beispielhaft eine entsprechende Übertragungsfunktion an.

Tabelle 1: Rechenregeln für die Laplace-Transformation

Linearitätseigenschaft	$c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)$
Ähnlichkeitssatz	$f(at) \circ\!\!-\!\!\bullet\, \frac{1}{a} F(\frac{s}{a})$
Verschiebungssatz	$f(t - T_\mathrm{t}) \circ\!\!-\!\!\bullet\, F(s)\mathrm{e}^{-sT_\mathrm{t}}$
Dämpfungssatz	$\mathrm{e}^{-at} f(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, F(s + a)$
Differentiation im Zeitbereich	$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} \circ\!\!-\!\!\bullet\, sF(s) - f(0)$
2-fache Differentiation	$\frac{\mathrm{d}^2 f(t)}{\mathrm{d}t^2} \circ\!\!-\!\!\bullet\, s^2 F(s) - sf(0) - \left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}\right\|_0$
n-fache Differentiation	$\frac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n} \circ\!\!-\!\!\bullet\, s^n F(s) - \sum_{i=1}^{n} s^{n-i} \left.\frac{\mathrm{d}^{i-1} f}{\mathrm{d}t^{i-1}}\right\|_0$
Integration im Zeitbereich	$\int_0^t f(\tau)\,\mathrm{d}\tau \circ\!\!-\!\!\bullet\, \frac{1}{s} F(s)$
Faltungssatz	$\int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau)\,\mathrm{d}\tau \circ\!\!-\!\!\bullet\, F_1(s) \cdot F_2(s)$
1. Grenzwertsatz	$f(0+) = \lim_{\mathrm{Re}(s)\to\infty} \big(sF(s)\big)$
2. Grenzwertsatz	$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} \big(sF(s)\big)$

Tabelle 2: Einige Korrespondenzen der Laplace-Transformation

Nr.	$f(t)$, $t > 0$	$F(s) = \int\limits_0^\infty f(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t$
1	$\delta(t)$	1
2	$h(t)$ oder $1(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	t^n, $n = 1, 2, 3, \ldots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
6	$t^n e^{-at}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
7	$\cos\omega_0 t$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$
8	$\sin\omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$
9	$\mathrm{e}^{-at}\cos\omega_0 t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_0^2}$
10	$\mathrm{e}^{-at}\sin\omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2+\omega_0^2}$
11	$t\cos\omega_0 t$	$\frac{s^2-\omega_0^2}{(s^2+\omega_0^2)^2}$
12	$t\sin\omega_0 t$	$\frac{2\omega_0 s}{(s^2+\omega_0^2)^2}$
13	$1-\mathrm{e}^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$
14	$\mathrm{e}^{-at}+at-1$	$\frac{a^2}{s^2(s+a)}$
15	$1-\mathrm{e}^{-at}(\cos\omega_0 t+\frac{a}{\omega_0}\sin\omega_0 t)$	$\frac{a^2+\omega_0^2}{s\left((s+a)^2+\omega_0^2\right)}$