

# 9 Übungen zu Signifikanztests Teil 3

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 12. Mai 2015, 15:32



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

## Aufgabe 1: Reviewfragen

- (a) Was bedeutet Kontingenz?
- (b) Wie unterscheiden sich Kontingenz- und Korrelationstest?
- (c) Was bedeutet ein Korrelationskoeffizient von  $\rho = 1$

## Aufgabe 2:

Es wurden 200 Studenten, die sowohl an der Analysis- als auch an der Statistikklausur teilnahmen, zufällig ausgewählt. 60 haben Analysis nicht bestanden und 65 haben Statistik nicht bestanden. Dagegen hatten 121 beide Klausuren bestanden.

- (a) Erstellen Sie eine Kontingenztabelle inklusive Randhäufigkeiten
- (b) Prüfen Sie, ob das Klausurergebnis (bestanden oder nichtbestanden) in Analysis und das Klausurergebnis in Statistik voneinander unabhängig sind. Stellen Sie dabei sicher, dass die Wahrscheinlichkeit für Fehler 1. Art nicht größer als 0.5% ist.

## Aufgabe 3:

Bei einer zweidimensionalen einfachen Stichprobe von  $n = 400$  Studenten, die an einer Klausur teilnehmen, stellt sich Folgendes heraus: 100 Klausurteilnehmer waren gut vorbereitet, davon bestanden 66 die Klausur. 270 Klausurteilnehmer waren mäßig vorbereitet, davon bestanden 165 die Klausur. Die restlichen Klausurteilnehmer waren schlecht vorbereitet. Von diesen fielen 21 durch.

- (a) Testen Sie zu  $\alpha = 0.01$ , ob das Bestehen der Klausur vom Vorbereitungsgrad abhängig ist.
- (b) Inwiefern ändert sich das Testergebnis, wenn zusätzlich bekannt ist, dass die Wahrscheinlichkeit für Bestehen generell 65% beträgt und dass die Wahrscheinlichkeiten für gute, mäßige und schlechte Vorbereitung sich wie 4 : 10 : 1 verhalten?

**Aufgabe 4: [Eck13, Aufgabe 3-57]**

Für die Städte des Bundeslandes Brandenburg ist der Zusammenhang zwischen der relativen Kaufkraft (Angaben in Prozent, Basis gleich 100: durchschnittliche Kaufkraft in Deutschland) und der Entfernung zum Stadtrand Berlins (Angaben in km) zu untersuchen. In Auswertung der von 25 zufällig ausgewählten Städten des Landes Brandenburg erhobenen Daten ergaben sich für die Stichprobenvarianzen und die Stichprobenkovarianz folgende Werte:

Merkmal	Stichprobenvarianz	Stichprobenkovarianz
Relative Kaufkraft	95.66	-270.93
Entfernung	1393.75	

Testen Sie auf einem vorgegebenen Signifikanzniveau von 0.01, ob zwischen der relativen Kaufkraft und der Entfernung zum Stadtrand Berlins ein signifikanter gegenläufiger linearer statistischer Zusammenhang besteht. Formulieren Sie dazu die Nullhypothese und die Gegenhypothese, ermitteln Sie den Wert der Prüfgröße, geben Sie den kritischen Wert (auch Schwellenwert genannt) an, treffen und interpretieren Sie Ihre Testentscheidung.

**Literatur**

[Eck13] Peter P. Eckstein. *Klausurtraining Statistik*. 6., aktualisierte und erweiterte Auflage. Springer Gabler, 2013.

**Lösung 1:**

- (a) Grad der Wahrscheinlichkeit des gemeinsamen Auftretens zweier Merkmale
- (b) Für Korrelationstest müssen die Grundgesamtheiten normalverteilt sein, ansonsten ist nur ein Kontingenztest möglich.
- (c) Die Zufallsvariablen hängen linear voneinander ab:  $X = a + bY$

**Lösung 2:**

- (a)  $A$ : Analysis bestanden,  $S$ : Statistik bestanden

	$S$	$\bar{S}$	
$A$	121	19	140
$\bar{A}$	14	46	60
	135	65	200

- (b) Kontingenztest:  $v = 76.22$ ,  $B = (7.88, \infty)$ ,  $v \in B \Rightarrow H_0$  verwerfen.

**Lösung 3:**

- (a) Kontingenztest:  $v = 12.89$ ,  $B = (9.21, \infty)$ ,  $v \in B \Rightarrow H_0$  verwerfen
- (b) Kontingenztest:  $v = 20.91$ ,  $B = (15.09, \infty)$ ,  $v \in B \Rightarrow H_0$  verwerfen

**Lösung 4:**

Null- und Gegenhypothese:  $H_0 : \rho_{XY} \geq 0$  versus  $H_1 : \rho_{XY} < 0$ , Stichproben-Korrelationskoeffizient  $r_{XY} = \frac{270.93}{\sqrt{95.66 \cdot 1393.75}} \approx 0.742$  zwischen den Merkmalen  $X$  und  $Y$ ,

$$v = \sqrt{23} \cdot \frac{-0.742}{\sqrt{1 - 0.742^2}} = -5.308, \quad B = (-\infty, -2.55), \quad v \in B \Rightarrow H_0 \text{ verwerfen,}$$

d.h. der Wert des Stichproben-Korrelationskoeffizienten von  $r_{XY} = r_{YX} = -0.742$  wird auf einem Signifikanzniveau von 0.01 als signifikant kleiner als null bewertet, folglich wird der gegenläufige lineare statistische Zusammenhang zwischen der relativen Kaufkraft und der Bevölkerungsdichte, der in der Stichprobe beobachtet wird, als statistisch gesichert gedeutet.