8 Übungen zu Signifikanztests Teil 2

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 12. April 2016, 11:25

Aufgabe 1: Reviewfragen

(a) Beschreiben Sie den Begriff *verbundene einfache Stichproben.*

(b) Was ist der Unterschied zwischen *verbundenen einfachen Stichproben* und *unabhängigen einfachen Stichproben.*

(c) Was wird beim χ^2-Anpassungstest getestet?

Aufgabe 2: [Eck13, Aufgabe 3-88]

In der Anatomie des Menschen verwendet man den Begriff *Humerus* (lat.: humerus → Schulter) zur Bezeichnung des linken oder des rechten Oberarmknochens. Die nachfolgende Tabelle beinhaltet die rechten und die linken Humeruslängen (Angaben in Millimetern) von zwölf Skeletten männlicher Personen, die in Berlin bei Ausgrabungen freigelegt wurden.

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
rechts	304	314	337	332	336	301	328	333	340	319	346	339
links	293	311	337	325	334	296	325	334	331	312	347	339

Fassen Sie die zwölf Skelette als das Resultat einer reinen Zufallsauswahl aus einer endlichen Grundgesamtheit vergleichbarer männlicher Skelette auf.

(a) Erläutern Sie anhand der vorliegenden Datenbefunde kurz die Begriffe unabhängige bzw. verbundene Stichproben.

(b) Prüfen Sie mit Hilfe eines geeigneten und konkret zu benennenden Verfahrens auf einem Signifikanzniveau von 0.05 die folgenden Hypothesen:

   (i) „In der Grundgesamtheit aller vergleichbaren männlichen Skelette sind im Durchschnitt die rechten und die linken Humeruslängen gleich.“ Welche Form der Hypothesenprüfung liegt dieser Betrachtung zugrunde?

   (ii) „In der Grundgesamtheit aller vergleichbaren männlichen Skelette sind die linken Humeruslängen im Durchschnitt gleich oder größer als die rechten Humeruslängen.“ Welche Form der Hypothesenprüfung liegt dieser Betrachtung zugrunde?

Aufgabe 3:

Zwei unabhängige Zufallsvariablen $X \sim N(\mu_1, \sigma)$ und $Y \sim N(\mu_2, \sigma)$ ergeben bei fünf Versuchen folgende einfache Stichproben:

x_i	6.7	5.6	7.5	6.9	4.6
y_i	6.6	9.5	9.4	8.9	8.5

Lässt sich zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 10\,\%$ die Hypothese $\mu_1 \neq \mu_2$ bestätigen?

Aufgabe 4:

In den beiden Studiengängen X und Y wurde ein bestimmtes Fach mit identischen Klausuren geprüft. Dabei bestanden 45 der 86 Kandidaten des Studiengangs X, während im Studiengang Y von den dort 100 Teilnehmern 35 nicht bestanden. Nicht bestandene Klausuren werden mit der Note 5.0 bewertet. Bezüglich der Noten $x_1, \ldots, x_{86}$ und $y_1, \ldots, y_{100}$, die in den Studiengängen X und Y erzielt wurden, ist folgendes bekannt:

$$\sum_{i=1}^{86} x_i = 341.9 \qquad \sum_{i=1}^{86} x_i^2 = 1470.25 \qquad \sum_{i=1}^{100} y_i = 336.9 \qquad \sum_{i=1}^{100} (y_i - \bar{y})^2 = 192.08$$

In der Auflistung $y_1, \ldots, y_{100}$ sind die Werte der Größe nach angeordnet ($y_1 = 1.0, \ldots, y_{100} = 5.0$). Für die ersten 65 Werte gilt

$$\sum_{i=1}^{65} y_i = 161.9 \qquad \sum_{i=1}^{65} y_i^2 = 452.1$$

Die Werte für X und Y seien zwei unabhängige einfache Stichproben zu den Studienleistungen, die Studenten der beiden Studiengänge zu erzielen im Stande sind. Drei Vermutungen bezüglich der Leistungsfähigkeit der Studenten in den beiden Studiengängen sollen untersucht werden:

(a) Klausurteilnehmer des Studiengangs X erzielen im Mittel schlechtere Noten als Klausurteilnehmer des Studiengangs Y. Zu welchem Signifikanzniveau lässt sich das statistisch bestätigen?

(b) Nicht-Durchfaller (also Studenten mit einer Note ungleich 5.0) im Studiengang X erzielen im Mittel schlechtere Noten als Nicht-Durchfaller im Studiengang Y. Zu welchem Signifikanzniveau lässt sich das statistisch bestätigen?

(c) Die Wahrscheinlichkeit, eine Klausur nicht zu bestehen, ist für Studenten im Studiengang X größer als für Studenten im Studiengang Y. Lässt sich das zum Signifikanzniveau 2.5 % bestätigen?

Aufgabe 5: [Eck13, Aufgabe 3-75]

Im Januar 2002 wurden in Berlin Bananenpreise erhoben. Es sei X der Preis für ein Kilogramm Bananen in einem Supermarkt und Y der Preis für ein Kilogramm Bananen auf einem Wochenmarkt. Dabei wird unterstellt, dass X und Y wenigstens näherungsweise normalverteilte Zufallsgrößen sind. Ein Kunde, der bisher Bananen im Supermarkt kaufte, möchte zum Signifikanzniveau 0.01 prüfen, ob er seine Bananen lieber auf dem Wochenmarkt kaufen sollte. Alleiniges Kriterium soll hierbei der Bananenpreis sein. Es wurden 18 Supermärkte und 14 Wochenmärkte zufällig und unabhängig ausgewählt und dort jeweils der Preis für ein Kilogramm Bananen statistisch erhoben. Es ergab sich für die 18 Supermärkte ein Durchschnittspreis von 1.25 €/kg bei einer Stichprobenstandardabweichung von 0.25 €/kg und für die 14 Wochenmärkte ein Durchschnittspreis von 1.05 €/kg bei einer Stichprobenstandardabweichung von ebenfalls 0.25 €/kg. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Standardabweichungen gleich sind.

(a) Wie entscheidet sich der Kunde? Geben Sie die Hypothesen an und begründen Sie die Art des Signifikanztests.

(b) Wie fällt die Entscheidung des Kunden aus, wenn er für seinen Test ein Signifikanzniveau von 0.1 zugrunde legt? Beschreiben Sie die Auswirkungen auf Fehler 1. und 2. Art.

Aufgabe 6:

Bei seinen Kreuzungsversuchen mit Erbsen erhielt Mendel folgendes Ergebnis (Anzahl der Erbsen der verschiedenen Sorten):

glatt und gelb:	315
glatt und grün:	108
runzelig und gelb:	101
runzelig und grün:	32

Zu erwarten war nach Mendels Theorie ein Verhältnis 9:3:3:1. Welche Aussage über die Richtigkeit seiner Theorie lässt sich auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$ treffen?

Aufgabe 7:

Die Füllmenge von 16 Limonadeflaschen würde geprüft und es ergab sich eine Varianz von $s^2 = 4.92$. Nach Angaben des Abfüllers ist die Füllmenge normalverteilt mit einer Varianz von $\sigma_0^2 = 2.25$. Ab welchem Signifikanzniveau lässt sich statistisch bestätigen, dass die Varianz größer ist?

Literatur

[Eck13] Peter P. Eckstein. *Klausurtraining Statistik*. 6., aktualisierte und erweiterte Auflage. Springer Gabler, 2013.

Tabelle 1: Standard-Normalverteilung

μ	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5	0.504	0.508	0.512	0.516	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.591	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.648	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.67	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.695	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.719	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.758	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.791	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.834	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.898	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.937	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.975	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.983	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.985	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.989
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.992	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.994	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.996	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.997	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.998	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.999	0.999
3.1	0.999	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabelle 2: Fraktile der t-Verteilung

	p				
n	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Tabelle 3: Fraktile der χ^2-Verteilung

	p									
n	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0	0	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.01	0.02	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.21	10.6
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.35	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.61	9.236	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.239	1.69	2.167	2.833	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.344	1.646	2.18	2.733	3.49	13.36	15.51	17.54	20.09	21.95
9	1.735	2.088	2.7	3.325	4.168	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.156	2.558	3.247	3.94	4.865	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.27	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.55	21.03	23.34	26.22	28.3
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.075	4.66	5.629	6.571	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.31	25	27.49	30.58	32.8
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.54	26.3	28.84	32	34.27
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.265	7.015	8.231	9.39	10.87	25.99	28.87	31.53	34.8	37.16
19	6.844	7.633	8.907	10.12	11.65	27.2	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.434	8.26	9.591	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40
22	8.643	9.542	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.8
24	9.886	10.86	12.4	13.85	15.66	33.2	36.41	39.36	42.98	45.56
26	11.16	12.2	13.84	15.38	17.29	35.56	38.88	41.92	45.64	48.29
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.6	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.8	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.5	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.4	79.08	83.3	88.38	91.95
70	43.27	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.4	104.2
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3
90	59.2	61.75	65.65	69.13	73.29	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2

Tabelle 4: Fraktile der Standard-Normalverteilung

α	x_α	α	x_α	α	x_α	α	x_α	α	x_α
0.9999	3.7190	0.9955	2.6121	0.9750	1.9600	0.9350	1.5141	0.7300	0.6128
0.9998	3.5401	0.9950	2.5758	0.9740	1.9431	0.9300	1.4758	0.7200	0.5828
0.9997	3.4316	0.9945	2.5427	0.9730	1.9268	0.9250	1.4395	0.7100	0.5534
0.9996	3.3528	0.9940	2.5121	0.9720	1.9110	0.9200	1.4051	0.7000	0.5244
0.9995	3.2905	0.9935	2.4838	0.9710	1.8957	0.9150	1.3722	0.6900	0.4959
0.9994	3.2389	0.9930	2.4573	0.9700	1.8808	0.9100	1.3408	0.6800	0.4677
0.9993	3.1947	0.9925	2.4324	0.9690	1.8663	0.9050	1.3106	0.6700	0.4399
0.9992	3.1559	0.9920	2.4089	0.9680	1.8522	0.9000	1.2816	0.6600	0.4125
0.9991	3.1214	0.9915	2.3867	0.9670	1.8384	0.8950	1.2536	0.6500	0.3853
0.9990	3.0902	0.9910	2.3656	0.9660	1.8250	0.8900	1.2265	0.6400	0.3585
0.9989	3.0618	0.9905	2.3455	0.9650	1.8119	0.8850	1.2004	0.6300	0.3319
0.9988	3.0357	0.9900	2.3263	0.9640	1.7991	0.8800	1.1750	0.6200	0.3055
0.9987	3.0115	0.9895	2.3080	0.9630	1.7866	0.8750	1.1503	0.6100	0.2793
0.9986	2.9889	0.9890	2.2904	0.9620	1.7744	0.8700	1.1264	0.6000	0.2533
0.9985	2.9677	0.9885	2.2734	0.9610	1.7624	0.8650	1.1031	0.5900	0.2275
0.9984	2.9478	0.9880	2.2571	0.9600	1.7507	0.8600	1.0803	0.5800	0.2019
0.9983	2.9290	0.9875	2.2414	0.9590	1.7392	0.8550	1.0581	0.5700	0.1764
0.9982	2.9112	0.9870	2.2262	0.9580	1.7279	0.8500	1.0364	0.5600	0.1510
0.9981	2.8943	0.9865	2.2115	0.9570	1.7169	0.8450	1.0152	0.5500	0.1257
0.9980	2.8782	0.9860	2.1973	0.9560	1.7060	0.8400	0.9945	0.5400	0.1004
0.9979	2.8627	0.9855	2.1835	0.9550	1.6954	0.8350	0.9741	0.5300	0.0753
0.9978	2.8480	0.9850	2.1701	0.9540	1.6849	0.8300	0.9542	0.5200	0.0502
0.9977	2.8338	0.9845	2.1571	0.9530	1.6747	0.8250	0.9346	0.5100	0.0251
0.9976	2.8202	0.9840	2.1444	0.9520	1.6646	0.8200	0.9154	0.5000	0.0000
0.9975	2.8070	0.9835	2.1321	0.9510	1.6546	0.8150	0.8965		
0.9974	2.7944	0.9830	2.1201	0.9500	1.6449	0.8100	0.8779		
0.9973	2.7822	0.9825	2.1084	0.9490	1.6352	0.8050	0.8596		
0.9972	2.7703	0.9820	2.0969	0.9480	1.6258	0.8000	0.8416		
0.9971	2.7589	0.9815	2.0858	0.9470	1.6164	0.7950	0.8239		
0.9970	2.7478	0.9810	2.0749	0.9460	1.6072	0.7900	0.8064		
0.9969	2.7370	0.9805	2.0642	0.9450	1.5982	0.7850	0.7892		
0.9968	2.7266	0.9800	2.0537	0.9440	1.5893	0.7800	0.7722		
0.9967	2.7164	0.9795	2.0435	0.9430	1.5805	0.7750	0.7554		
0.9966	2.7065	0.9790	2.0335	0.9420	1.5718	0.7700	0.7388		
0.9965	2.6968	0.9785	2.0237	0.9410	1.5632	0.7650	0.7225		
0.9964	2.6874	0.9780	2.0141	0.9400	1.5548	0.7600	0.7063		
0.9963	2.6783	0.9775	2.0047	0.9390	1.5464	0.7550	0.6903		
0.9962	2.6693	0.9770	1.9954	0.9380	1.5382	0.7500	0.6745		
0.9961	2.6606	0.9765	1.9863	0.9370	1.5301	0.7450	0.6588		
0.9960	2.6521	0.9760	1.9774	0.9360	1.5220	0.7400	0.6433		

8 Lösungen

Lösung Aufgabe 1:

Lösung Aufgabe 2:

(a)
- unabhängige Stichproben: zum Beispiel zufällige und unabhängige Auswahl von Skeletten aus den disjunkten Grundgesamtheiten männlicher und weiblicher Personen,
- verbundene Stichproben: zum Beispiel zufällige und unabhängige Auswahl von Skeletten aus der Grundgesamtheit männlicher Personen und die *verbundene Erfassung* des Merkmals der linken und der rechten Humeruslänge an jedem ausgewählten männlichen Skelett

(b) Differenztest, Humeruslängen sind als normalverteilt anzunehmen $\Rightarrow$ Einstichproben-t-Test. Rechts X, links Y, Differenz $Z = X - Y$, $\bar{z} = 3.75$ mm, $s_z = 4.05$,

(i) $H_0 : \mu = 0$, $H_1 : \mu \neq 0$, $v = 3.21$, $\alpha = 0.05$, $x_{0.975} = 2.201$, $v = 3.21 \in B = (-\infty, -2.201) \cup (2.201, \infty) \Rightarrow H_0$ verwerfen, rechte und linke Humeruslänge sind signifikant voneinander verschieden.

(ii) $H_0 : \mu \leq 0$, $H_1 : \mu > 0$, $v = 3.21$, $\alpha = 0.05$, $x_{0.95} = 1.796$, $v = 3.21 \in B = (1.796, \infty) \Rightarrow$ H_0 verwerfen, der rechte Humerus ist somit signifikant länger als der linke.

Lösung Aufgabe 3:

Zweistichproben-t-Test, Voraussetzung Nr. 2, $H_0 : \mu_1 = \mu_2$, $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$, $v = -3.146 \in B = (-\infty, -1.860) \cup (1.860, \infty) \Rightarrow H_0$ verwerfen.

Lösung Aufgabe 4:

Approximativer Zweistichproben-Gaußtest

(a) $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$, $H_1 : \mu_1 > \mu_2$, $\bar{x} = 3.976$, $\bar{y} = 3.369$, $s_1^2 = 1.302$, $s_2^2 = 1.940$, $v = 3.27 \geq x_{1-\alpha} \Rightarrow$ $\alpha \geq 0.0005$

(b) Wie (a), aber unter Vernachlässigung der Durchfaller: $\bar{x} = 3.042$, $\bar{y} = 2.491$, $s_1^2 = 0.654$, $s_2^2 = 0.763$, $v = 3.40 \geq x_{1-\alpha} \Rightarrow \alpha \geq 0.0003$

(c) $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$, $H_1 : \mu_1 > \mu_2$, $\bar{x} = 0.477$, $\bar{y} = 0.35$, $v = 1.75 \notin B = (1.96, \infty) \Rightarrow$ Vermutung lässt sich nicht bestätigen.

Lösung Aufgabe 5:

(a) Zweistichproben-t-Test, $H_0 : \mu_x \leq \mu_y$ gegen $H_1 : \mu_x > \mu_y$

$$v = \frac{1.25 - 1.05}{\sqrt{\frac{(18-1)^2 \cdot 0.25^2 + (14-1) \cdot 0.25^2}{18+14-2} \cdot \frac{18+14}{18 \cdot 14}}} = 2.245$$

$x_{1-\alpha} = x_{0.99} = 2.457 \Rightarrow v \notin B = (2.457, \infty) H_0$ nicht verwerfen

Kunde kauft weiterhin im Supermarkt ein.

(b) $v \in B = (1.697, \infty \Rightarrow H_0$ verwerfen. Kunde geht in den Wochenmarkt.

- Wahrscheinlichkeit für Fehler 1. Art steigt: Ablehnung von H_0, obwohl H_0 richtig ist; Kunde wechselt, obwohl es im Wochenmarkt nicht billiger ist.
- Wahrscheinlichkeit für Fehler 2. Art sinkt: Nicht-Ablehnung von H_0, obwohl H_0 falsch ist; Kunde wechselt nicht, obwohl es im Wochenmarkt billiger ist.

Lösung Aufgabe 6:

χ^2-Anpassungstest, H_0 : Verteilung der Erbsensorten wie angegeben, $n = 556$

a	0	1	2	3
h	315	108	101	32
p	0.5625	0.1875	0.1875	0.0625

$v = 0.47 \notin B = (6.251, \infty) \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Lösung Aufgabe 7:

$x_{1-\alpha} \geq v = 32.8 \Rightarrow \alpha \geq 0.005$