Klausur T2INF2001.2 Statistik
22.05.2013 Name: ____________________

Punktzahl für Note 1: 48 Punkte, Gesamtpunktzahl: 50 Punkte
Bearbeiten Sie bitte *jede* Aufgabe auf einem oder mehreren *separaten* Blättern. Das Aufgabenblatt ist mit **abzugeben**. Vergessen Sie bitte nicht, auf *jedem* Aufgabenblatt und auf *jedem* Lösungsblatt Ihren Namen *gut leserlich* anzugeben. Der Lösungsweg ist *stets* anzugeben, er sollte in allen Schritten durch **eigene** Rechnungen deutlich erkennbar, begründet und nachvollziehbar sein. Nur dann kann nach detaillierter Bewertung die volle Punktzahl erreicht werden.

---

1. 12 Pkte

(a) (6 Pkte) Eine Firma erhält eine Lieferung von 12 Rechnern. Davon sind zwei Rechner defekt. Es werden zufällig fünf Geräte ausgewählt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter diesen fünf Geräten *wenigstens* ein defektes Gerät ist?

(b) (6 Pkte) Diesmal erhält die Firma eine Lieferung von 1000 Rechnern. Davon sind 20 defekt. Es werden zufällig 100 Geräte ausgewählt. Approximieren Sie mit Hilfe der Poisson-Verteilung die Wahrscheinlichkeit, dass unter diesen 100 Geräten *genau* ein defektes Gerät ist. Ist die Approximation mit der Poisson-Verteilung hier geeignet?

---

2. Berechnen sie $F(8.5)$, also den Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle 8.5, 12 Pkte

(a) (2 Pkte) falls x gleichverteilt über $[4; 14]$ ist

(b) (2 Pkte) falls x jeden der Werte 2, 5, 8, 11, 14 mit Wahrscheinlichkeit 0.2 annimmt,

(c) (2 Pkte) falls x einer $n(8.5, 1)$-Verteilung genügt,

(d) (2 Pkte) falls x einer $n(10, 2)$-Verteilung genügt,

(e) (2 Pkte) falls x Poisson-verteilt ist mit dem Parameter $\lambda = 10$,

(f) (2 Pkte) falls x exponentialverteilt ist mit dem Parameter $\lambda = 0.1$.

---

3. Die Wartezeiten (in Millisekunden) eines Betriebssystem-Prozesses seien unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ mit der Dichte 14 Pkte

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x \mathrm{e}^{-\lambda x} & \text{falls } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) (8 Pkte) Bestimmen Sie die Maximum-Likelihood-Schätzfunktion $\hat{\Theta}_2 = \hat{\lambda}(x_1, x_2)$ für $n = 2$, $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, prüfen Sie die zweite Ableitung, und berechnen Sie dann den Schätzwert $\hat{\lambda}$ für die Stichprobe $(x_1, x_2) = (2.2, 1.8)$.

(b) (6 Pkte) Bestimmen Sie die Maximum-Likelihood-Schätzfunktion $\hat{\Theta}_n$ für allgemeines n. Stellen Sie die Likelihood-Funktion $f(x_1, \ldots, x_n|\lambda)$ und $\hat{\Theta}_n$ möglichst kompakt dar. (Prüfung der zweiten Ableitung ist nicht notwendig.)

4. Bauteile einer Serie werden auf Maßhaltigkeit (= Zufallsvariable X) und Wasserdichtigkeit (= Zufallsvariable Y) getestet. Durchschnittlich ergibt sich, dass von den getesteten Bauteilen 12 Pkte

- 70% wasserdicht und maßhaltig,
- 10% undicht und
- 5% zwar maßhaltig aber undicht sind.

(a) (4 Pkte) Ergänzen Sie in der folgenden Tabelle die beiden fehlenden Spalten- und Zeilenbezeichnungen und füllen Sie die Tabelle mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten aus.

		Y		
		$y_1 = 1$ wasserdicht	$y_2 = 2$ undicht	
X	$x_1 = 1$ maßhaltig			
	$x_2 = 2$ nicht maßh.			

(b) (2 Pkte) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von X.

(c) (2 Pkte) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von Y.

(d) (4 Pkte) Bestimmen Sie die Kovarianz $\mathrm{Cov}(X, Y)$ und den Korrelationskoeffizienten $\varrho(X, Y)$. Sind X und Y demnach unabhängig?

Hinweis: Folgefehler auf Grund von falschen Berechnungen in vohergehenden Aufgabenteilen führen nicht zu Punktabzug.