2 Aufgaben zur Anwendung der partiellen Ableitung

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 24. September 2015, 09:42

Aufgabe 1: Reviewfragen

1.1 Welche geometrische Form hat die lineare Näherung einer Funktion zweier Veränderlicher?

1.2 Was ist das totale Differential von $f(x_1, x_2, x_3)$?

1.3 Wie hängen das totale Differential und die lineare Fehlerfortpflanzung zusammen?

1.4 Wie lässt sich die Steigung y' einer impliziten Kurve, zum Beispiel $x^2y^2\mathrm{e}^{x+y} = 1$, berechnen?

1.5 Wie hängen das totale Differential und die implizite Ableitung zusammen?

1.6 Wie hängen das totale Differential und die allgemeine Kettenregel zusammen?

Aufgabe 2: Tangentialebene, Lineare Näherung

Aufgabe 2.1:

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an der Stelle S in der Form

$$z_\mathrm{T} = ax + by + c$$

2.1.1 $z = (x + y)\mathrm{e}^{x-y}$, $S = (1, 1)$

2.1.2 $z = xy\cos(\pi(2x - y))$, $S = (1, -1)$

Aufgabe 2.2:

Schätzen Sie folgende Funktionswerte f durch lineare Näherung an der Stelle S:

2.2.1 $f = 1.1 \cdot \mathrm{e}^{-0.1}$, $S = (1, 0)$

2.2.2 $f = \left(\frac{47}{48}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{9}$, $S = (1, 8)$

Aufgabe 3: Fehlerfortpflanzung

Bestimmen Sie den möglichen Bereich des indirekten Messwerts $z = f(x, y)$ für die angegebenen Mittelwerte $\bar{x}, \bar{y}$ und Messunsicherheiten $\Delta x, \Delta y$.

3.1 $f(x, y) = x^2 + y^2$, $\bar{x} = 2, \Delta x = 0.1, \bar{y} = 3, \Delta y = 0.2$

3.2 $f(x, y) = \frac{x}{y}$, $\bar{x} = 2.00, \Delta x = 0.10, \bar{y} = 0.50, \Delta y = 0.01$

Aufgabe 4: Implizite Ableitung

4.1 Bestimmen Sie alle Stellen S_j, an denen die Kurve mit der impliziten Darstellung

$$x^2 + y^2 + x + y = \frac{7}{4}$$

horizontale oder vertikale Tangenten besitzt.

4.2 An welchen Stellen S_j besitzt die Kurve mit der impliziten Darstellung

$$xy + x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$$

die Steigung $y' = 1$?

Zusatzaufgabe: Plotten Sie die Kurven in MATLAB® `MuPAD` mit dem Befehl
`plot(plot::Implicit2d(...))`

Aufgabe 5: Allgemeine Kettenregel

Differenzieren Sie die jeweilige Funktion $z = f(x, y)$ mit $x = x(t)$, $y = y(t)$ mit Hilfe der verallgemeinerten Kettenregel:

5.1 $z = \sin(xy)$ mit $x = \ln t$, $y = t$

5.2 $z = x\mathrm{e}^y$ mit $x = \sin t$, $y = t^3$

5.3 $z = \ln(xy)$, mit $x = \sin t$, $y = \cos(t)$