

4 Mehrdimensionale Integrale

Zoltán Zomotor

Versionsstand: 17. August 2015, 14:24



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Aufgabe 1: Reviewfragen

- 1.1 Was bedeutet geometrisch das Doppelintegral einer Funktion $f(x, y)$?
- 1.2 Was ist der Trick, um mit Hilfe eines Doppelintegrals einen Flächeninhalt A in der x, y -Ebene zu berechnen?
- 1.3 Was ist der Trick, um mit Hilfe eines Dreifachintegrals ein Volumen V zu berechnen?

Aufgabe 2: Mehrfachintegrale

Berechnen Sie folgende Mehrfachintegrale:

$$2.1 \quad I = \int_0^1 \int_1^2 xy \, dy \, dx$$

$$2.2 \quad I = \int_{-1}^1 \int_1^{e^x} \frac{x}{y} \, dy \, dx$$

$$2.3 \quad I = \int_{-1}^1 \int_x^{x+1} (x^2 + y^2) \, dy \, dx$$

$$2.4 \quad I = \int_1^2 \int_{\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} (\sqrt{x} + 2y) \, dy \, dx$$

$$2.5 \quad I = \int_0^1 \int_{-x}^x \int_0^{x+y} 6z \, dz \, dy \, dx$$

$$2.6 \quad I = \int_1^2 \int_0^{\frac{1}{x}} \int_1^{e^{x+y}} \frac{xy}{z} \, dz \, dy \, dx$$

Aufgabe 3: Anwendungen

3.1 Bestimmen Sie die Fläche $A = \iint_{(A)} dA$ und ihren Flächenschwerpunkt

$$x_s = \frac{1}{A} \iint_{(A)} x \, dA, y_s = \frac{1}{A} \iint_{(A)} y \, dA$$

zwischen den Kurven $y = x$ und $y = x^2$.

3.2 Bestimmen Sie die Fläche $A = \iint_{(A)} dA$, die durch $y = x$, $y = \frac{1}{4}x$ und $\frac{1}{x}$, mit $x \geq 0$, eingeschlossen wird.

3.3 Welches Volumen hat ein Zylinder, der durch die skizzierte Bodenfläche und oben durch $z = 6 - x + y$ begrenzt wird?

